

УДК 533.6.011.12+533.6.011.8+629.113

## ХАРАКТЕРИСТИКА НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ПОТОКА В АВТОМОБИЛЬНОЙ АЭРОДИНАМИКЕ

Э.В. Рон / МГТУ им. Н.Э.Баумана

Динамика неустановившегося потока является областью автомобильной аэродинамики, изучающей влияние на устойчивость и надежность транспортного средства, возникающее как из-за разделения течения потока, так и благодаря изменению пограничных условий, например, изменение ветрового потока вдоль рабочей части, наличие зданий и сооружений, дорожных преград или других транспортных средств. Для правильного описания данного влияния на автомобиль необходимо описать флуктуацию потока.

### ВВЕДЕНИЕ

Понятие неустановившегося потока в автомобильной аэродинамике требует более точного определения. В механике жидкости и газов под неустановившемся понимается любое (как ламинарное, так и турбулентное), изменяющееся со временем, течение. В то же самое время, понятие стационарного и нестационарного течения имеют четкое определение, представляющее собой изменение потока со временем в зависимости от пограничных условий. Поток с постоянными во времени пограничными условиями называется стационарным, хотя в нем могут наблюдаться области с неустановившейся структурой. Подобный разделенный поток часто встречается в автомобильной аэродинамике (рис. 1).

### УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ПОТОКА

Поле потока описывается с помощью вектора скорости  $u_i$  как функция координат  $x_j$  и времени  $t$ .

$$u_i = u_i(x_j, t). \quad (1)$$

Уравнения движения потока хорошо применимы для ньютоновского течения, т.е. такого течения, в котором касательное напряжение выбранного элемента находится в прямой зависимости от градиента скорости. Эти уравнения, применительно к автомобильной аэродинамике, описываются следующим образом:

Уравнение неразрывности:

$$\text{div} \bar{v} = \partial u_k / \partial x_k = 0. \quad (2)$$

Уравнения Навье-Стокса:

$$\rho D u_i / Dt = \rho b_i - \partial p / \partial x_i + \eta \partial^2 u_i / \partial x_j \partial x_j. \quad (3)$$

Энергетическое уравнение:

$$\rho D e / Dt = \rho \epsilon, \quad (4)$$

$$\text{где } D / Dt = \partial / \partial t + u_i \partial / \partial x_i = \partial / \partial t + u_1 \partial / \partial x_1 + u_2 \partial / \partial x_2 + u_3 \partial / \partial x_3, \quad (5)$$

$\rho$  — плотность потока,  $b_i$  — проекции массовых сил на координатные оси,  $p$  — давление,  $\eta$  — вязкость жидкости,  $e$  — внутренняя энергия элемента потока,  $\epsilon$  — уровень преобразования механической энергии в тепло, отнесенный к массе элемента, равным:

$$\rho \epsilon = \lambda^* e_{kk} e_{ii} + 2 \eta e_{ij} e_{ij} \quad (6)$$

с симметричным тензором деформации

$$e_{ij} = 1/2 (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i), \quad (7)$$

где  $\lambda$  — второй коэффициент вязкости. Массовые силы (гравитация) в аэродинамических потоках могут быть снижены. Тогда уравнения Навье-Стокса приобретают вид:

$$\partial u_i^* / \partial t^* + u_j \partial u_i / \partial x_j = - \partial p^* / \partial x_i^* + 1 / Re \cdot \partial^2 u_i^* / \partial x_j^* \partial x_j^*, \quad (8)$$

где (\*) обозначает безразмерные величины, а число Рейнолдса равно:

$$Re = \rho u L / \eta = u L / \nu. \quad (9)$$

При высоких числах Рейнолдса последним членом в уравнении (8) можно пренебречь.

Тензор градиента скорости, описывающий деформацию элемента, равен

$$u_j(x_j + dx_j, t) = u_j(x_j, t) + \partial u_i / \partial x_j \cdot dx_j, \quad (10)$$

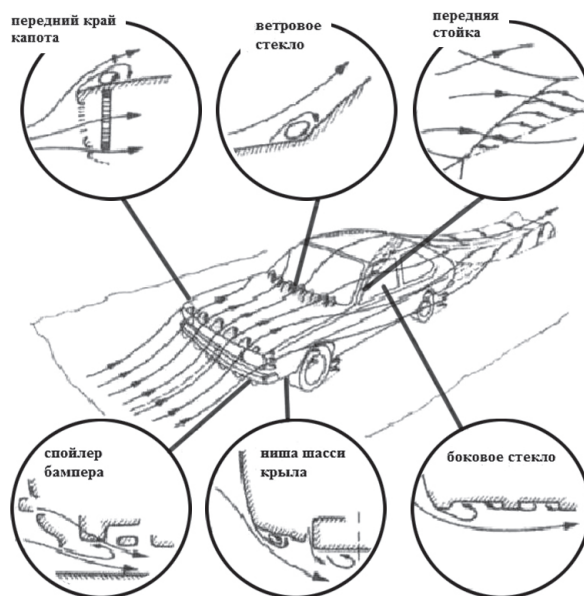


Рисунок 1. Примеры областей неустановившегося потока

Также он может быть представлен в виде суммы симметричного и несимметричного тензора:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} & \frac{\partial u_1}{\partial x_2} & \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_1} & \frac{\partial u_2}{\partial x_2} & \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial u_3}{\partial x_1} & \frac{\partial u_3}{\partial x_2} & \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right\}, \quad (11)$$

где первый член в правой части описывает растяжение элемента, а второй — его завихрение (рис. 2).

Последний может быть записан в виде так называемого вектора завихренности:

$$\vec{\omega} = 1/2 \text{curl} \vec{u} = 1/2 \nabla \cdot \vec{u}. \quad (12)$$

Таким образом, уравнения Навье-Стокса могут быть теперь записаны в виде

$$D\vec{\omega}/Dt = \partial\vec{\omega}/\partial t + \vec{u} \cdot \nabla \vec{\omega} = \vec{\omega} \cdot \nabla \vec{u} + \nu \cdot \nabla \vec{\omega}. \quad (13)$$

### ОПИСАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОЛЯ ПОТОКА

За исключением одно- и двумерных ламинарных потоков или невязких безвихревых потоков, точное решение уравнений Навье-Стокса доставляет большие затруднения.

Ввиду наличия подробного положения, описание поля скорости потока проводится с помощью осредненных методов по координатным и временным характеристикам. В первом случае это метод крупных вихрей (МКВ), во втором — метод осредненных уравнений Навье-Стокса (ОУНС). Метод ОУНС основывается на разделении произвольной скорости на базовую составляющую и флуктуационную компоненту (декомпозиция Рейнолдса, рис. 3):

$$u_i(x_j, t) = \bar{u}_i(x_j, t) + u_i'(x_j, t), \quad (14)$$

где базовая составляющая представляет собой осредненное значение множества идентичных по начальным условиям экспериментов

$$\bar{u}_i(x_j, t) = \lim_{N \rightarrow \infty} 1/N \sum_{k=1}^N u_i^{(k)}(x_j, t). \quad (15)$$

Для стационарного поля потока эта осредненная по экспериментам базовая составляющая не зависит от времени и может быть осреднена по времени (принцип эргодичности)

$$\bar{u}_i(x_j, t) = \lim_{T \rightarrow \infty} 1/T \int_0^T u_i(x_j, t) dt. \quad (16)$$

Необходимо уточнить, что изменение системы координат может преобразовать нестационарный поток в стационарный. Наилучшим примером служит аэродинамическая труба, в которой, например, при абсолютной системе координат и постоянном скоростном потоке вокруг транспортного средства пограничные условия изменяются со временем, а при системе координат, связанной с самим транспортным средством, они постоянны и, следовательно, поток является стационарным.

Если также представить давление состоящим из базовой составляющей и флуктуационной компоненты:

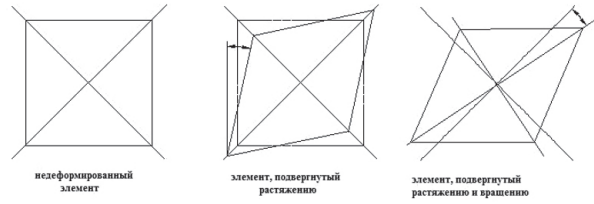


Рисунок 2. Кинематика деформированного элемента потока

$$p = \bar{p} + p', \quad (17)$$

и принимая во внимания правила осреднения:

$$\bar{g} = \bar{g}, \quad \overline{g + f} = \bar{g} + \bar{f}, \quad \overline{gf} = \bar{g}\bar{f}, \quad \partial g / \partial s = \partial \bar{g} / \partial s. \quad (18)$$

Тогда полученные из уравнений Навье-Стокса уравнения Рейнолдса могут быть записаны в виде:

$$\rho \bar{u}_i \cdot \partial \bar{u}_j / \partial x_j = \rho \bar{b}_i - \partial \bar{p} / \partial x_i + \eta \cdot \partial^2 \bar{u}_i / \partial x_i \partial x_j - \partial (\rho \bar{u}_i' \bar{u}_j') / \partial x_j, \quad (19)$$

где  $\rho \bar{u}_i' \bar{u}_j'$  — симметричный тензор, названный тензором Рейнолдса, физическим смыслом которого является осредненное перемещение  $i$ -й компоненты момента в  $j$ -м направлении, вызванное флуктуацией турбулентного потока. Моделирование данного тензора является одним из главных направлений развития численным методом.

Относительная интенсивность турбулентного потока может быть описана для каждой скоростной компоненты. Для компоненты  $x_i$ , например, она равна

$$Tu_i = (\bar{u}_i' \bar{u}_i')^{1/2} / \bar{u} = \sigma_u / \bar{u}. \quad (20)$$

Тогда общая интенсивность турбулентного потока может быть представлена в виде:

$$Tu = 1/3 \cdot (\bar{u}_1' \bar{u}_1')^{1/2} / \bar{u}. \quad (21)$$

Если турбулентный поток изотропичен, тогда  $\bar{u}_1' \bar{u}_1' = \bar{u}_2' \bar{u}_2' = \bar{u}_3' \bar{u}_3'$  и уравнение (21) преобразуется в уравнение (20).

Еще одним инвариантом тензора напряжений может служить турбулентная кинетическая энергия (отнесенная к массе компоненты):

$$E_k = 1/2 \bar{u}_i' \bar{u}_j'. \quad (22)$$

Она представляет большой интерес исследователей, так как на ней базируется большинство моделей описания турбулентности. Для правильного описания турбулентной кинетической энергии необходимы все три скоростные компоненты, однако часто третью компоненту представляют как средне арифметическое между  $u_1$  и  $u_2$ :

$$E_k \approx 3/4 (\bar{u}_1'^2 + \bar{u}_2'^2). \quad (23)$$

Общее уравнение движения тензора Рейнолдса может быть получено из уравнений Навье-Стокса и, пренебрегая массовыми силами, приобретает вид:

$$\begin{aligned} \partial \bar{u}_i' \bar{u}_j' / \partial t + \bar{u}_i \cdot \partial \bar{u}_i' \bar{u}_j' / \partial x_i = & - \partial / \partial x_i (\bar{u}_i \bar{u}_j) - \\ & - 1/\rho (\partial \bar{u}_j p / \partial x_i + \partial \bar{u}_i p / \partial x_j) - \bar{u}_i \bar{u}_j \cdot \partial u_i / \partial x_i - \bar{u}_i \bar{u}_j \cdot \partial u_j / \partial x_j + \\ & + p / \rho (\partial \bar{u}_i' / \partial x_j + \partial \bar{u}_j' / \partial x_i) - 2\nu \cdot \partial \bar{u}_i' \bar{u}_j' / \partial x_i x_j + \\ & + \nu \cdot \partial / \partial x_i (\partial \bar{u}_i' \bar{u}_j' / \partial x_i). \end{aligned} \quad (24)$$

При моделировании турбулентного потока многие выражения уравнения (24) должны быть аппроксимированы с помощью выражений, полученных эмпирическим путем. Результаты экспериментов должны быть оценены с помощью выборочных тестов, используя непосредственные измерения. Кроме того, для определения градиентов необходимо правильно выбрать сетку измерений, например, для областей потока с большими значениями градиентов.

Если флуктуации скорости в направлениях  $x_i$  и  $x_j$  не зависят друг от друга, то произведение  $\bar{u}_i \bar{u}_j$  равно нулю. Измерение степени зависимости флуктуации скоростей осуществляется с помощью корреляционной функции

$$R_{ij}(x_k, t) = u_i' u_j' \quad (25)$$

Или в пространственно-временной форме

$$R_{ij}(x_k, t, r_k, \tau) = \overline{u_i'(x_k, t) u_j'(x_k + r_k, t + \tau)} \quad (26)$$

Типичная пространственно-временная форма корреляционной функции представлена на рис. 4.

Если  $r_k$  принимает большие значения, то флуктуации скоростей становятся статически независимыми и, следовательно, корреляционная функция равна нулю. Интегральная пространственная размерность для скоростной компоненты  $u_i$  будет равна:

$$L_u(x_k, t) = \int_0^\infty \rho_{11}(x_k, t, r_k, 0) dr_k \quad (27)$$

а интегральная временная размерность:

$$T_u(x_k, t) = \int_0^\infty \rho_{11}(x_k, t, 0, \tau) d\tau \quad (28)$$

Графическое представление интегральной временной размерности изображено на рис. 5.

Информация о самых малых размерностях движения потока может быть получена с помощью размерных аргументов [5]. В подобных размерностях турбулентная кинетическая энергия преобразуется в тепловую энергию посредством вязкости жидкости. Учитывая кинетическую вязкость жидкости  $\nu$  и степень диссипации  $\epsilon$ , отнесенную к массе элемента, пространственная размерность может быть представлена в виде:

$$\eta_k = (\nu^3 / \epsilon)^{1/4} \quad (29)$$

где  $\eta_k$  — пространственная размерность Колмогорова.

Если типичная кинетическая энергия большой размерности движения равняется  $u/2$ , и поток рассеивает эту энергию за временную размерность  $L/u$ , где  $L$  — это макро пространственная размерность потока, то степень рассеянной энергии, отнесенная к массе элемента, которая должна равняться среднему арифметическому степени диссипации энергии (также отнесенная к массе элемента), будет равна:

$$\epsilon = u^2/2 \cdot u/L = u^3/L \quad (30)$$

Таким образом, отношение малых размерностей движения потока к большому равно:

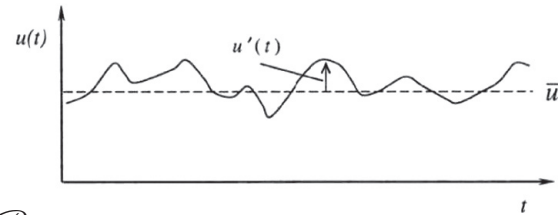


Рисунок 3. Схематическое изображение декомпозиции Рейнольдса

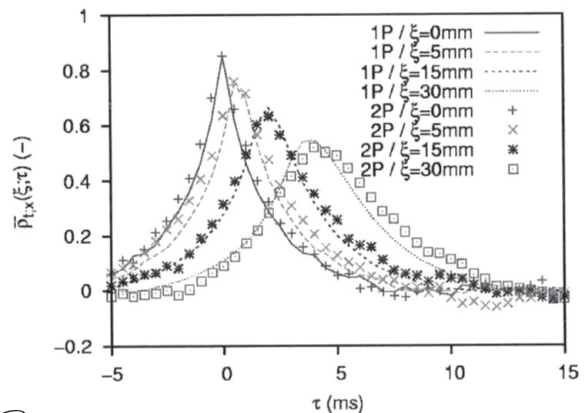


Рисунок 4. Пример пространственно-временных корреляционных функций для различных расстояний сепарации  $\xi$ . Однооператорские оценки (1P) могут быть получены с помощью модифицированной гипотезы Тейлора

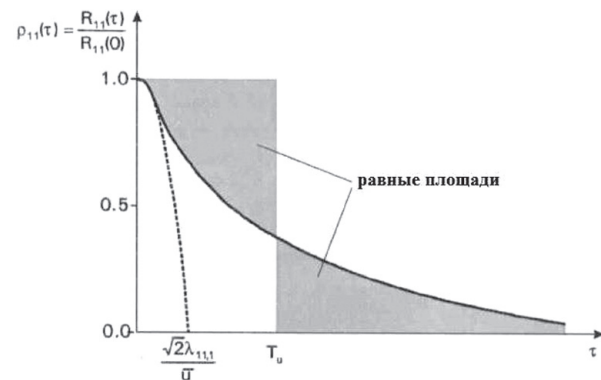


Рисунок 5. Определение интегральной временной размерности и микроразмерности Тейлора

$$\eta_k/L = 1/L (\nu^3 L / u^3)^{1/4} = (\nu^3 / u^3 L^3)^{1/4} = Re^{-3/4} \quad (31)$$

Это отношение имеет огромное значение, так как оно позволяет оценить конечные пространственные решения, необходимые как для измерительных систем, так и для численного моделирования для полноценного описания всех размерностей потока.

Если турбулентное поле потока имеет области изотропности, то степень диссипации турбулентной кинетической энергии, отнесенная к массе элемента, может быть записана как:

$$\epsilon/\nu = 15(\overline{\partial u_i / \partial x_i})^2 \quad (32)$$

Данное выражение требует информации только об одном градиенте скорости. В большинстве случаев

Таблица 1. Обзор методов моделирования турбулентного потока

ПЧМ	МШВ	ОУНС
Мгновенное скоростное поле $\check{U}_i(x_j, t)$ Уравнения Навье-Стокса $\partial \check{U}_i / dt + \partial(\check{U}_i \check{U}_j) / dx_j = -1/\rho \cdot \partial \bar{P} / dx_i + \partial / dx_j (v(\partial \check{U}_i / dx_j - \tau_{ij}))$ Точный метод – нет моделирования	МШВ декомпозиция $\check{U}_i = U_i + u'_i$ ; $U_i(x) = \int G(x, x') U_i(x') dx'$ флуктуации околосредней скорости $u'$ Измененные уравнения Навье-Стокса $\partial U_i / dt + \partial(U_i U_j) / dx_j = -1/\rho \cdot \partial \bar{P} / dx_i + \partial / dx_j (v(\partial U_i / dx_j - \tau_{ij}))$ Последствия: тензор $\tau_{ij}$ должен быть смоделирован $\tau_{ij} = -v_t \delta_{ij} + 2/3 \delta_{ij} \tau_w$ модель Смагорински: $v_t = (C_s \cdot \Delta)^2 / S$	Декомпозиция Рейнолдса $\check{U}_i = U_i + u_i$ Осредненные уравнения Навье-Стокса $U_i(x_i) = \lim 1/T \int U_i(x_i, t) dt$ Последствия: тензор Рейнолдса должен быть смоделирован $\bar{u}_i \bar{u}_j = v_t S_{ij} + 2/3 \delta_{ij} k$ , $k - \epsilon$ модель: $v_t = C_\mu \cdot k^2 / \epsilon$

данный градиент может быть получен не с помощью непосредственных измерений, а используя гипотезу Тейлора. Если  $u'_i \ll \bar{u}_i$ , то пространственные флуктуации скорости будут практически неизменными. Таким образом,  $t = x/\bar{u}$  или

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{-1}{\bar{u}} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \quad (33)$$

Временной градиент поддается лучшему подсчету, чем пространственный градиент, так как он требует только одной позиции для измерения и может быть непосредственно подсчитан после серии скоростных измерений. Вторым методом определения градиента скорости является прямая оценка с помощью пространственной корреляционной функции

$$p_{ii}(x_k, r_k, 0) = \overline{u'_i(x_k) u'_i(x_k + r_k)} / \sqrt{\overline{u_i'^2(x_k)}} \sqrt{\overline{u_i'^2(x_k + r_k)}} \quad (34)$$

Используя определение

$$[\bar{u}_i'^2] = 1/2 [\bar{u}_i'^2(x_k) + \bar{u}_i'^2(x_k + r_k)] \quad (35)$$

для пространственно усредненной площади флуктуаций скорости и разложение в ряд Тейлора, корреляционная функция может быть аппроксимирована

$$p_{ii}(x_k, r_k) \approx 1 - |r_k|^2 ((\partial u_i' / \partial r_k)^2 / 2 [\bar{u}_i'^2]) \quad (36)$$

Эта корреляционная функция требует измерения  $p_{ii}(x_k, r_k)$ , т.е. двухоператорского измерения скорости с двумя измерительными позициями, разделенными вектором  $r_k$ . Если разложение в ряд Тейлора не производится, тогда

$$\partial^2 p_{ii} / \partial r_k^2 |_{r_k=0} = -1 / \bar{u}_i'^2 (\partial u_i' / \partial r_k)^2 |_{r_k=0} \quad (37)$$

Это подразумевает, что для правильной оценки поведения корреляционной функции при малых значениях вектора  $r_k$  необходимо производить двухоператорские измерения с переменными значениями  $r_k$ . Если пространственная размерность представлена в виде:

$$p_{ii}(r_i) = 1 - |r_i|^2 / 2 \lambda_{ii}, \quad p_{ii}(r_k) = 1 - |r_i|^2 / 2 \lambda_{ii,k} \quad (i \neq k) \quad (38)$$

тогда

$$(\partial u_i' / \partial r_k)^2 = 2 \bar{u}_i'^2 / \lambda_{ii,k}^2 \quad (39)$$

где  $\lambda_{ii,k}$  — микроразмерность Тейлора, представляющая собой усредненную размерность вихрей, участвующих в диссипации турбулентной кинетической энергии. Таким образом, однородная степень диссипации, отнесенная к массе элемента, может быть определена с помощью параболических приближений девяти различных корреляционных функций.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для моделирования движения турбулентного потока в автомобильной аэродинамике на данный момент существует три основных метода: прямое численное моделирование (ПЧМ), моделирование широких вихрей (МШВ) и метод осредненных уравнений Навье-Стокса (ОУНС). Их обзор представлен в табл. 1.

### Используемые обозначения

- $C_s$  — константа Смагорински
- $E_k$  — турбулентная кинетическая энергия
- $L$  — пространственная размерность
- $L_u$  — интегральная пространственная размерность флуктуаций скорости
- $R_{ij}$  — корреляционная функция
- $Re$  — число Рейнолдса
- $T_u$  — интегральная временная размерность флуктуаций скорости
- $Tu$  — интенсивность турбулентного потока
- $k$  — частота затихания
- $p$  — давление
- $r_k$  — вектор сепарации
- $\epsilon$  — степень диссипации, отнесенная к массе элемента
- $\lambda_{ii,k}$  — микроразмерность Тейлора
- $\nu$  — кинетическая вязкость
- $\rho$  — плотность
- $p_{ij}$  — корреляционная функция
- $\eta_k$  — пространственная размерность Колмогорова
- $\omega$  — вектор завихренности
- $\xi$  — расстояние сепарации

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кочин Н.Э., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Т. 2., М., Физматгиз, 1963.
2. Batchelor GR (1953) The Theory of Homogeneous Turbulence, Cambridge University Press, London.
3. Bearman PW, Mullarkey SP (1994) Aerodynamics forces on road vehicles due to steady side winds and gusts, Road Vehicle Aerodynamics, Royal Aeronautical Society Conf, Loughborough University, UK, 4.1-4.12.
4. Hucho W-H (Ed.) (2004) Aerodynamik des Automobils, Vieweg Verlag, Wiesbaden.
5. Taylor GI (1935) Statistical theory of turbulence, Proc Roy Soc Lond A 151: 421-478.
6. Hinze JO (1975) Turbulence, McGraw-Hill, New York.