

УДК 629.113

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КРУГОВОГО ДВИЖЕНИЯ АТС (4 × 4) ПРИ НЕОДИНАКОВЫХ УСЛОВИЯХ КАЧЕНИЯ И СЦЕПЛЕНИЯ ВНУТРЕННИХ И НАРУЖНЫХ КОЛЁС ДЛЯ СРАВНИТЕЛЬНОГО АНАЛИЗА ЭФФЕКТИВНОСТИ РАЗЛИЧНЫХ САМОБЛОКИРУЮЩИХСЯ МЕЖКОЛЁСНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛОВ (МКД)

Е. В. Габай, к. т. н.

Для успешной эксплуатации колёсных АТС повышенной проходимости во внедорожных условиях ужесточаются требования к эффективности системы управления поворотом АТС. Это связано с увеличенной в этих условиях кривизной траектории непрямолинейного движения, неодинаковыми и меняющимися в процессе движения физико-механическими свойствами грунта, неодинаковыми сцеплением и сопротивлением качению внутренних и наружных колёс и, как следствие, наличием переменного разворачивающего момента — либо препятствующего, либо содействующего повороту АТС. Решение этой проблемы связано с поиском наиболее рациональной системы распределения крутящих моментов между внутренними и наружными колёсами АТС (4 × 4). В статье [1] был выполнен теоретический анализ распределения крутящих моментов и буксования колёс заднего ведущего моста при круговом движении АТС по деформируемой грунтовой поверхности качения при неодинаковых коэффициентах сцепления и сопротивления качению внутренних и наружных колёс с нелинейными характеристиками буксования. Он показал, что одним из возможных вариантов решения указанной проблемы является применение самоблокирующихся межколёсных дифференциалов с автоматическим изменением (от нуля) блокирующего момента в зависимости от разницы частоты вращения колёс (МКД-II) и их крутящих моментов. У широко применяемых в настоящее время самоблокирующихся МКД, чувствительных к нагрузке (МКД-I), блокирующий момент зависит только от суммы выходных моментов.

Тем не менее для подтверждения и уточнения результатов указанного анализа необходимо было

рассмотреть полную систему уравнений статики, включая нелинейные уравнения связей, определяющих продольные, поперечные и опорные реакции колёс в контакте с грунтовой деформируемой поверхностью качения, описывающих круговое движение АТС (4 × 4) при неодинаковых коэффициентах сцепления и сопротивления качению внутренних и наружных колёс. На её основе был выполнен сравнительный анализ эффективности и экономичности системы управления поворотом АТС при различных характеристиках самоблокировки МКД-II и при разных заданных коэффициентах блокировки МКД-I. С учётом неодинаковых условий движения и неодинаковой нагруженности внутренних и наружных колёс эта система уравнений должна базироваться на «пространственной» расчётной схеме сил и моментов, действующих в трёх координатных плоскостях.

На рис. 1а, б, в, г представлены расчётные схемы сил и моментов при круговом (установившемся) движении АТС (4 × 4) с равным распределением веса между передней и задней осями колёс, оснащёнными шинами пониженного давления с малым коэффициентом насыщенности протектора и вездеходными грунтозацепами, межосевым самоблокирующимся дифференциалом (МОД) и идентичными для передней и задней осей самоблокирующимися МКД на гладкой горизонтальной деформируемой грунтовой поверхности. Коэффициенты сцепления и коэффициенты сопротивления качению соответствующих передних и задних колёс принимались равными. Влияние весовой нагрузки колёс на величину этих коэффициентов и на радиусы качения колёс не учитывали. В режиме блокировки МКД-I

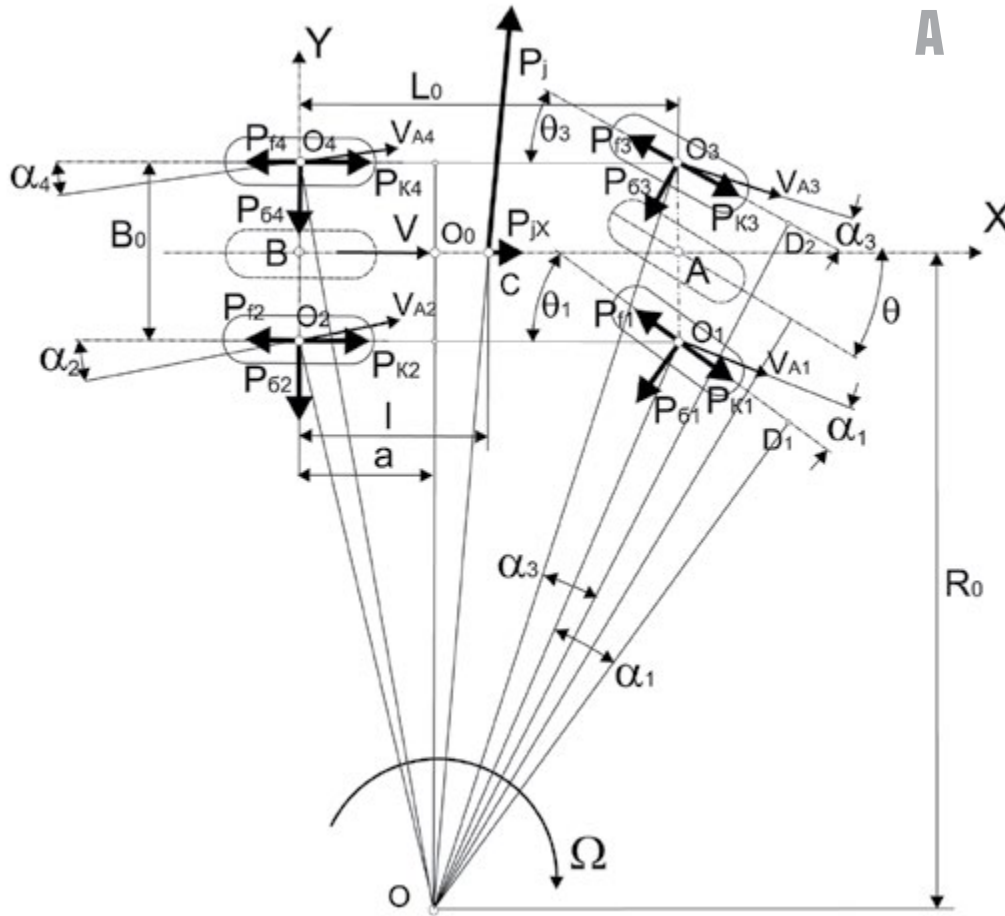
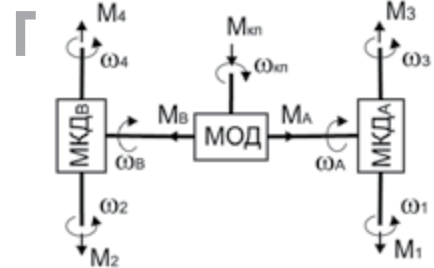
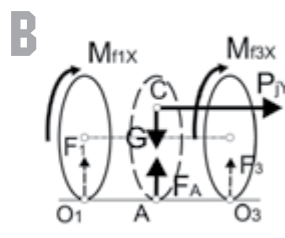
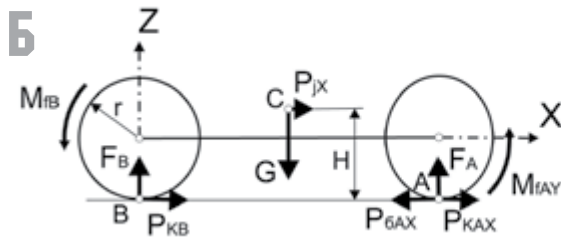


Рисунок 1. Расчётная схема сил и моментов при круговом движении АТС (4 x 4) с передними управляемыми колёсами, межосевым и межколёсными дифференциалами: а) в горизонтальной плоскости, б) в продольно-вертикальной плоскости, в) в поперечно-вертикальной плоскости, г) распределение крутящих моментов между ведущими мостами и колёсами АТС



учитывали возможность автоматического индивидуального отключения активного привода колеса с целью недопущения отрицательных касательных сил тяги колёс.

На рис. 1а — расчётная схема сил и моментов, действующих в горизонтальной плоскости при круговом движении АТС с мгновенным центром поворота (МЦП) в точке O , где X и Y — оси координат, совпадающие с продольной осью и осью задних колёс АТС. Условия баланса этих сил и моментов при установившемся круговом движении АТС выражены системой уравнений:

$$\Sigma X = 0 \quad P_{K2} - P_{f2} + P_{K4} - P_{f4} + (P_{K1} - P_{f1}) \times \cos\theta_1 + (P_{K3} - P_{f3}) \times \cos\theta_3 - P_{61} \times \sin\theta_1 - P_{63} \times \sin\theta_3 + P_j \times \sin[\arctg(a - l)/R_0] = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma Y = 0 \quad P_{61} \times \cos\theta_1 + P_{63} \times \cos\theta_3 + P_{62} + P_{64} + (P_{K1} - P_{f1}) \sin\theta_1 + (P_{K3} - P_{f3}) \sin\theta_3 - P_j \times \cos[\arctg(a - l)/R_0] = 0 \quad (2)$$

$$\Sigma M_C = 0 \quad [P_{61} \times \cos\theta_1 + P_{63} \times \cos\theta_3 + (P_{K1} - P_{f1}) \sin\theta_1 + (P_{K3} - P_{f3}) \times \sin\theta_3] \times (L_0 - l) - (P_{62} + P_{64}) \times l + 0,5B_0 \times [(P_{K1} - P_{f1}) \cos\theta_1 - (P_{K3} - P_{f3}) \cos\theta_3 + P_{K2} - P_{f2} - P_{K4} + P_{f4} + P_{63} \times \sin\theta_3 - P_{61} \times \sin\theta_1], \quad (3)$$

где P_{fi} — силы сопротивления качению; P_{Ki} — касательные силы тяги колёс; P_{6i} — боковые реакции колёс в контакте с поверхностью качения; P_j — центробежная сила, приложенная в центре масс C ; $i = 1 \dots 4$ — порядковый номер колеса; α_i — углы бокового увода колёс; θ_1, θ_3 — углы поворота передних управляемых колёс; a, l — продольные координаты полюса поворота O_0 и центра масс C ; R_0 — радиус

траектории движения полюса поворота O_0 или расчётный радиус поворота; V_{Ai} — векторы абсолютных скоростей движения колёс; V — скорость поступательного движения АТС; $\Omega = V/R_0$ — угловая скорость поворота АТС.

Стабилизирующими моментами колёс, действующими в плоскости контакта шин с грунтовой поверхностью качения, при пониженном давлении в шине и активном (тяговом) режиме можно пренебречь. Так, например, по данным [2], для тракторной шины (с аналогичным радиусом качения) 11–20" с давлением 0,12 МПа при движении по рыхлой грунтовой поверхности с весовой нагрузкой 5,12 кН максимум стабилизирующего момента, достигаемый при угле бокового увода 6° , составляет всего 0,045 кН·м.

При определении касательных тяги и боковых реакций колёс в контакте с деформируемой грунтовой поверхностью необходимо учитывать, что они формируются в основном за счёт деформации и уплотнения грунта грунтозацепами шин и зависят от сопротивления грунта сдвигу. Коэффициент сцепления шины $[\varphi]$, соответствующий предельной величине касательных напряжений в контакте шины с грунтом, содержит две составляющих: тангенциальную $[\varphi]_x$ и поперечную $[\varphi]_y$. Значения этих составляющих для i -го колеса определяются из следующих выражений:

$$[\varphi]_x = \sqrt{([\varphi]_i^2 - \varphi_{iy}^2)} \text{ и } [\varphi]_y = \sqrt{([\varphi]_i^2 - \varphi_{ix}^2)}, \quad (4)$$

где φ_{ix} , φ_{iy} — текущие относительные значения касательной силы тяги и боковой реакции i -го колеса (относительно его весовой нагрузки), при этом $[\varphi_1] = [\varphi_2] = [\varphi]_B$ и $[\varphi_3] = [\varphi_4] = [\varphi]_H$.

Для определения касательных сил тяги колёс при качении по деформируемой грунтовой поверхности использовали эмпирическую экспоненциальную [1] зависимость буксования от текущего φ_x и тангенциальной составляющей коэффициента сцепления $[\varphi]_x$:

$$\delta = \text{sign}(\varphi_x) \times \ln \left[\frac{[\varphi]_x}{([\varphi]_x - |\varphi_{ix}|)} \right] / \beta, \quad (5)$$

где β — эмпирический коэффициент, влияющий на кривизну графика этой зависимости.

Уравнения связей для определения продольных и поперечных сил, действующих в горизонтальной плоскости, имеют следующий вид.

- Касательные силы тяги колёс:

$$P_{ki} = M_i / r, \quad (6)$$

где M_i — крутящий момент i -го колеса, кН·м; r — радиус качения колёс, одинаковый для всех колёс, м.

- Боковые реакции колёс в контакте с поверхностью качения представляли в виде нелинейных функций от углов α_i бокового увода и поперечных составляющих $[\varphi]_y$ коэффициентов сцепления колёс [3]:

$$P_{oi} = (2/\pi) \times [\varphi]_y \times F_i \times \arctg[0,5\pi \times k_{oyi} \times \alpha_i / (F_i \times [\varphi]_y)] \quad (7)$$

при $\alpha_i \leq \alpha_{max}$, где $k_{oyi} = dP_{oi}/d\alpha_i$ при $\alpha_i = 0$ кН/рад — начальное значение коэффициента сопротивления боковому уводу i -го колеса, при этом $k_{oy1} = k_{oy2} = k_{oyB}$ и $k_{oy3} = k_{oy4} = k_{oyH}$; F_i — опорная вертикальная реакция i -го колеса, кН.

- Силы сопротивления качению колёс:

$$P_{fi} = (f_{oi} + \Delta f_s) \times F_i, \quad (8)$$

где f_{oi} — коэффициент сопротивления качению i -го колеса, при этом $f_{o1} = f_{o2} = f_{oB}$ и $f_{o3} = f_{o4} = f_{oH}$; Δf_s — составляющая коэффициента сопротивления качению колеса, учитывающая силу лобового сопротивления воздуха, определяется по формуле

$$\Delta f_s = C_w \times \rho_s \times S_a \times V^2 / (2g \times G), \quad (9)$$

где C_w — безразмерный коэффициент аэродинамического сопротивления воздуха; ρ_s — плотность воздуха, кг/м³; S_a — лобовая площадь АТС, м²; G — масса АТС, кг.

- Центробежная сила, кН:

$$P_j = 0,001 \times g \times G \times j_c / (\cos[\arctg(a - l)/R_0]), \quad (10)$$

где $j_c = V^2 / (R_0 \times g)$ — относительная величина проекции центростремительного ускорения на ось Y.

- Углы бокового увода колёс, рад.:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \theta_1 - \arctg[(L_0 - a) / (R_0 - 0,5B_0)]; \\ \alpha_2 &= \arctg[a / (R_0 - 0,5B_0)]; \\ \alpha_3 &= \theta_3 - \arctg[(L_0 - a) / (R_0 + 0,5B_0)]; \\ \alpha_4 &= \arctg[a / (R_0 + 0,5B_0)], \end{aligned} \quad (11)$$

где L_0 — колёсная база АТС, м; B_0 — ширина колеи колёс, м.

На рис. 1б и в представлены расчётные схемы сил и моментов, действующих в продольной и поперечной вертикальных плоскостях в процессе кругового движения АТС. Для существенного упрощения программы расчёта вывод расчётных формул для определения опорных вертикальных реакций $F_1 \dots F_4$ колёс выполнен в два этапа.

На первом этапе передние и задние колёса заменены соответствующими условными эквивалентными колёсами, весовая нагрузка которых F_A и F_B равна соответствующим суммарным весовым нагрузкам передних и задних колёс. На основе уравнений статического равновесия АТС в продольной вертикальной плоскости ZX при круговом движении (в рамках «плоской» расчётной схемы на рис. 1б) определены коэффициенты λ_A и λ_B распределения весовой нагрузки между передним и задним эквивалентными

колёсами F_A и F_B (или между передней и задней осями колёс):

$$\begin{aligned}\lambda_A &= [l - r \times f_{AB} + H \times (l - a) \times j_c / R_0] / [L_0 + r \times f_{AB} \times \\ &\times (\cos\theta - 1)]; \\ \lambda_B &= [L_0 - l - r \times f_{AB} \times \cos\theta - \\ &- H \times (l - a) \times j_c / R_0] / [L_0 + r \times f_{AB} \times (\cos\theta - 1)],\end{aligned}\quad (12)$$

где f_{AB} — коэффициент сопротивления качению условных эквивалентных колёс, величина которого принята равной средней величине коэффициентов сопротивления качению наружных и внутренних колёс:

$$f_{AB} = 0,5 \times (f_{OB} + f_{OH}) + \Delta f\theta; \quad (13)$$

θ — угол поворота условного эквивалентного переднего колеса принят в качестве расчётной величины угла поворота передних колёс и определён по формуле:

$$\theta = \arctg[2 \times tg\theta_3 \times tg\theta_1 / (tg\theta_3 + tg\theta_1)]. \quad (14)$$

На втором этапе рассматривали перераспределение весовой нагрузки для каждой оси между внутренними и наружными колёсами (рис. 1в). Под действием проекции P_{jY} центробежной силы это перераспределение составило (кН):

$$\Delta G_j = 0,001 \times g \times G \times j_c \times H / B_0, \quad (15)$$

где H — вертикальная координата центра масс относительно опорной поверхности, м.

Под действием проекций M_{j1X} и M_{j3X} (моментов сопротивления качению передних колёс) в поперечной вертикальной плоскости перераспределение весовой нагрузки между наружными и внутренними колёсами определено из выражения (кН):

$$\Delta G_j = (F_1 \times \sin\theta_1 + F_3 \times \sin\theta_3) \times r / B_0. \quad (16)$$

Первая составляющая ΔG_j распределяется между передними и задними колёсами соответственно со статическим распределением массы АТС по осям. Вторая составляющая ΔG_j при отсутствии микронеровностей поверхности качения и одинаковой радиальной жёсткости шин распределяется поровну. Введя коэффициенты

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= 0,5 \times (1 + f_B \times r \times \sin\theta_1 / B_0) \\ \text{и } \lambda_3 &= 0,5 \times (1 - f_H \times r \times \sin\theta_3 / B_0),\end{aligned}\quad (17)$$

где $f_B = f_{OB} + \Delta f_a$ и $f_H = f_{OH} + \Delta f_b$, получим следующие упрощённые выражения для определения опорных реакций колёс (кН):

$$\begin{aligned}F_1 &= (0,001 \times g \times \lambda_A \times \lambda_3 \times G - \Delta G_j \times l / L_0) / (\lambda_1 + \lambda_3); \\ F_2 &= 0,0005 \times g \times G \times \lambda_B - \Delta G_j \times (L_0 - l) / L_0 - 0,5 \times \Delta G_j;\end{aligned}\quad (18)$$

$$\begin{aligned}F_3 &= ((0,001 \times g \times \lambda_A \times \lambda_1 \times G + \Delta G_j \times l / L_0) / (\lambda_1 + \lambda_3); \\ F_4 &= 0,0005 \times g \times G \times \lambda_B + \Delta G_j \times (L_0 - l) / L_0 + 0,5 \times \Delta G_j.\end{aligned}$$

Использование средних значений коэффициентов сопротивления качению в выражениях (12) для определения λ_A и λ_B вносит погрешность в результаты

расчёта последних. Это связано с тем, что увеличение весовой нагрузки наружных колёс и уменьшение нагрузки внутренних колёс на величину $\Delta G_j + \Delta G_j$ (рис. 1в) вызывает небольшое изменение моментов сопротивления качению M_{jAY} и M_{jBY} условных эквивалентных колёс (рис. 1б). При $f_{OH} > f_{OB}$ относительное увеличение, а при $f_{OH} < f_{OB}$ относительное снижение суммарного момента сопротивления качению составляет:

$$\begin{aligned}\delta M_f &= \Delta M_f / (M_{jAY} + M_{jBY}) = 0,5r \times (f_{OH} - f_{OB}) \times \\ &\times (\Delta G_j + \Delta G_j) \times (\cos\theta + 1) / (M_{jAY} + M_{jBY}).\end{aligned}\quad (19)$$

Величина δM_f , определяющая указанную выше погрешность расчёта, пропорциональна разности $(f_{OH} - f_{OB})$. Поэтому при варьировании величин f_{OH} и f_{OB} в процессе моделирования необходимо контролировать величину δM_f и ограничивать максимальное значение разности $(f_{OH} - f_{OB})$. $\delta M_{fmax} = 0,05... 0,08$ — вполне допустимая погрешность для математической модели, которая предназначена в основном для сравнительного анализа характеристик различных вариантов МКД при одинаковых режимах движения и внешних условиях.

Буксование колёс при заданной скорости поступательного движения V :

$$\begin{aligned}\delta_1 &= 1 - V \times R_1 / [r \times R_0 \times (\omega_A - 0,5\Delta\omega_A)]; \\ \delta_2 &= 1 - V \times (R_0 - 0,5B_0) / [r \times R_0 \times (\omega_B - 0,5\Delta\omega_B)]; \\ \delta_3 &= 1 - V \times R_3 / [r \times R_0 \times (\omega_A + 0,5\Delta\omega_A)]; \\ \delta_4 &= 1 - V \times (R_0 + 0,5B_0) / [r \times R_0 \times (\omega_B + 0,5\Delta\omega_B)],\end{aligned}\quad (20)$$

где $\Delta\omega_A = \omega_3 - \omega_1$ и $\Delta\omega_B = \omega_4 - \omega_2$ — разность частоты вращения наружного и внутреннего колёс передней и задней осей для дифференциального режима МКД; $\Delta\omega_A = 0$ и $\Delta\omega_B = 0$ — то же для режима полной блокировки соответствующего МКД; ω_A и ω_B — частота вращения привода, приведённого к осям колёс (рис. 1г) переднего и заднего ведущих мостов; R_1 и R_3 — радиусы траекторий движения передних колёс (рис. 1а), определяемые из следующих выражений:

$$\begin{aligned}R_1 &= \cos\alpha_1 \times \sqrt{[(R_0 - 0,5B_0)2 + (L_0 - a)^2]}; \\ R_3 &= \cos\alpha_3 \times \sqrt{[(R_0 + 0,5B_0)2 + (L_0 - a)^2]}.\end{aligned}\quad (21)$$

При дифференциальном режиме межосевого дифференциала (МОД):

$$\begin{aligned}\omega_A &= \omega_{кн} + 0,5\Delta\omega_0; \\ \omega_B &= \omega_{кн} - 0,5\Delta\omega_0,\end{aligned}\quad (22)$$

где $\omega_{кн}$ — частота вращения привода раздаточной коробки АТС, приведённого к осям колёс; $\Delta\omega_0 = \omega_A - \omega_B$ — разность частот вращения приводов переднего и заднего ведущих мостов.

Относительная величина касательных силы тяги колёс с учётом выражения (5):

$$\varphi_{ix} = \text{sign}(\delta_i) [\varphi]_x \times [1 - 1/\exp(\beta \times |\delta_i|)] \text{ при } \delta_i \leq \delta_{imax} \quad (23)$$

где δ_{imax} — предельно допустимое буксование i -го колеса; $\delta_{1max} = \delta_{2max} = d_{Bmax}$ и $\delta_{3max} = \delta_{4max} = \delta_{Hmax}$.

Крутящие моменты колёс в зависимости от варианта самоблокирующегося МКД определяли из следующих выражений.

Для МКД с нелинейной зависимостью блокирующего момента от разности частоты вращения колёс (МКД-II):

$$M_i = \varphi_{ix} \times F_i \times r. \quad (24)$$

Для МКД, чувствительного к нагрузке, с коэффициентом блокировки $K_{\text{от}}$ (МКД-I):

$$M_1 = \varphi_{1x} \times F_1 \times r \text{ и } M_3 = \varphi_{3x} \times F_3 \times r \text{ при } 1/K_{\text{от}} \leq K_{MA} \leq K_{\text{от}}; \quad (25a)$$

$$M_2 = \varphi_{2x} \times F_2 \times r \text{ и } M_4 = \varphi_{4x} \times F_4 \times r \text{ при } 1/K_{\text{от}} \leq K_{MB} \leq K_{\text{от}}; \quad (25б)$$

$$M_1 = K_{\text{от}} \times M_3 \text{ и } M_3 = \varphi_{3x} \times F_3 \times r \text{ при } K_{MA} > K_{\text{от}}; \quad (25в)$$

$$M_1 = \varphi_{1x} \times F_1 \times r \text{ и } M_3 = K_{\text{от}} \times M_1 \text{ при } 1/K_{\text{от}} > K_{MA}; \quad (25г)$$

$$M_2 = K_{\text{от}} \times M_4 \text{ и } M_4 = \varphi_{4x} \times F_4 \times r \text{ при } K_{MB} > K_{\text{от}}; \quad (25д)$$

$$M_2 = \varphi_{2x} \times F_2 \times r \text{ и } M_4 = K_{\text{от}} \times M_2 \text{ при } 1/K_{\text{от}} > K_{MB}; \quad (25е)$$

где $K_{MA} = M_1/M_3$ и $K_{MB} = M_2/M_4$, при этом $K_{MA} > 1$ и $K_{MB} > 1$ и в дифференциальном режиме МКД-I соответствует $\Delta\omega_A > 0$ и $\Delta\omega_B > 0$ (внутренние колёса — отстающие), а при $K_{MA} < 1$ и $K_{MB} < 1 - \Delta\omega_A < 0$ и $\Delta\omega_B < 0$ (внутренние колёса — забегаящие). Последний режим при круговом движении возможен в случае худших условий качения и сцепления внутренних колёс в сравнении с условиями для наружных колёс.

Выражения (25а, б) соответствуют режиму полной блокировки МКД-I, выражения (25в, г) — дифференциальному режиму переднего МКД-I, выражения (25д, е) — дифференциальному режиму заднего МКД-I.

Момент частичной блокировки варианта МКД-II определяли из выражений:

$$- \text{ для передних колёс: } M_1 - M_3 = \text{sign}(\Delta\omega_A) C_1 \times \Delta\omega_A^2;$$

$$- \text{ для задних колёс: } M_2 - M_4 = \text{sign}(\Delta\omega_B) C_2 \times \Delta\omega_B^2; \quad (26)$$

- для межосевого привода, приведённого к осям колёс: $M_B - M_A = \text{sign}(\Delta\omega_\phi) C_0 \times \Delta\omega_\phi^2$, где C_0 , C_1 и C_2 — коэффициенты жёсткости характеристики самоблокировки МОД (рассматривали вариант самоблокирующегося дифференциала, аналогичного МКД-II), переднего и заднего МКД-II ($\kappa \text{Н} \cdot \text{м} \times \text{с}^2 / \text{рад}^2$); $M_A = M_1 + M_3$ и $M_B = M_2 + M_4$ — крутящие моменты, приведённые к осям колёс приводов переднего и заднего ведущих мостов.

Система уравнений (1).. (26), исключая выражения (5) и (19), достаточна для определения всех параметров кругового движения и тягового баланса АТС. Для сопоставимости результатов моделирования кругового движения АТС в разных внешних условиях с разными вариантами МКД целесо-

образно использовать в качестве независимых переменных параметры заданной круговой траектории движения, отслеживаемой водителем АТС: радиус траектории R_0 или её относительную кривизну [1] $Q = B_0/R_0$, а также параметры скоростного режима кругового движения АТС по заданной траектории — фактическую скорость V поступательного движения или фактическую угловую скорость поворота Ω .

Исследуемые варианты МКД-I отличаются величиной коэффициента блокировки $K_{\text{от}}$, а варианты МКД-II — величиной коэффициента жёсткости характеристики самоблокировки C_i .

Варианты внешних условий задаются сочетанием трёх пар коэффициентов: сцепления $[\varphi]_B$ и $[\varphi]_H$, сопротивления качению $f_{\text{об}}$ и $f_{\text{он}}$, начальными значениями коэффициентов сопротивления боковому уводу $k_{\text{обВ}}$ и $k_{\text{онВ}}$ для внутренних и наружных колёс АТС. Необходимо учитывать, что при качении по деформируемой грунтовой поверхности шины пониженного давления с грунтозацепами величина $k_{\text{обВ}}$ и $k_{\text{онВ}}$ зависит не только от боковой упругости шины, но и от характеристик деформируемого грунта в контакте с шиной. Как следует из результатов исследования тракторных шин [2], величина этих коэффициентов значительно ниже, чем для автомобильных шин при качении по недеформируемой поверхности.

Вариация независимых переменных, скорости движения V и относительной кривизны Q траектории для каждого варианта внешних условий и исследуемых МКД ограничена величиной составляющих коэффициента сцепления (5) — либо тангенциальной $[\varphi]_x$, либо поперечной $[\varphi]_y$ — наиболее нагруженного колеса АТС. Более нагруженными являются внутренние колёса. Это происходит как в результате увеличения их крутящих моментов из-за разницы фактической скорости движения наружных и внутренних колёс, так и вследствие их весовой разгрузки. Кроме того, внутренние колёса движутся с большим боковым уводом, чем наружные, поэтому максимальные задаваемые значения скорости V и относительной кривизны круговой траектории Q определяли при предельно допустимых значениях буксования δ_{Bmax} или угла α_{Bmax} бокового увода переднего или заднего внутреннего колеса АТС.

Для сравнительной оценки исследуемых вариантов МКД использовали параметры, характеризующие статическую и динамическую поворотливость АТС, запас сцепления и экономичность.

Статическую поворотливость оценивали минимальным для заданного скоростного режима движения расчётным радиусом R_{omin} поворота АТС, при котором один из следующих параметров δ_1 , δ_2 , α_1 достигает соответствующего предельного значения.

Для каждого исследуемого режима движения, определяемого скоростью V и кривизной траектории Q , для всех сравниваемых вариантов МКД угловая скорость поворота Ω одинакова, поэтому динамическую поворотливость оценивали относительной величиной угловой скорости поворота АТС:

$$\delta\Omega = \Omega / \Omega_{теор}, \quad (27)$$

где $\Omega_{теор}$ — теоретическая угловая скорость поворота АТС, которую определяли при отсутствии бокового увода и буксования колёс, а также при изменении текущего значения угла θ поворота колёс на величину $\Delta\theta_0$, компенсирующую воздействие на АТС разворачивающего момента из-за разницы в коэффициентах сцепления и сопротивления качению внутренних и наружных колёс.

$$\Omega_{теор} = \omega_B \times r \times \text{ctg}(\theta + \Delta\theta_0) \times L_0, \quad (28)$$

где ω_B — приведённая к оси задних колёс частота вращения привода заднего моста (рис. 1г).

При лучших условиях движения для наружных колёс $\Delta\theta_0 < 0$, а при худших — $\Delta\theta_0 > 0$. Величина $\Delta\theta_0$ с соответствующим для заданных условий движения знаком определяет угол поворота колёс при прямолинейном движении. Величину этого угла для исследуемого режима движения определяли из системы уравнений (1)... (26) при условии $Q = 0$, соответствующего прямолинейному движению. Таким образом, отсчёт угла поворота колёс для определения $\Omega_{теор}$ производили не от $\theta_0 = 0$, а от $\theta_0 = \Delta\theta_0$. При одинаковых условиях качения и сцепления внутренних и наружных колёс $\Delta\theta_0 = 0$.

Известный [4] показатель чувствительности к повороту, равный соотношению фактической угловой скорости поворота и угла поворота колёс и используемый для условий дорожного движения, для рассматриваемых условий кругового движения АТС непригоден по двум причинам. Во-первых, он не учитывает существенную потерю задаваемой скорости движения из-за повышенного буксования колёс на деформируемом грунте; во-вторых, он не учитывает возможность неодинаковых условий качения и сцепления внутренних и наружных колёс. Например, в случае малой кривизны траектории и $\Delta\theta_0 < 0$ он может уходить в бесконечность или принимать отрицательные значения.

Для каждого исследуемого варианта экономичность оценивали суммарной относительной величиной потерь энергии δN_Σ в МКД и МОД и на буксование колёс. Кроме того, учитывали абсолютную величину ΔA_Σ этих потерь энергии при развороте АТС на 180° с минимальным радиусом поворота:

$$\delta N_\Sigma = (\Delta N_\delta + \Delta N_{МКД} + \Delta N_{МОД}) / \Sigma(M_i \times \omega_i) \quad (i = 1... 4), \quad (29)$$

где $\Delta N_\delta = \Sigma(M_i \times \omega_i \times \delta_i)$ — затраты мощности на буксование, кВт; $\Delta N_{МКД} = \Delta\omega_A \times (M_1 - M_3) + \Delta\omega_B \times$

$$\times (M_2 - M_4) \text{ — потери мощности в МКД, кВт;}$$

$$\Delta N_{МОД} = |C_0 \times \Delta\omega_0^3| \text{ — потери мощности в МОД, кВт;}$$

$$\Delta A_\Sigma = \pi \times (\Delta N_\delta + \Delta N_{МКД} + \Delta N_{МОД}) / \Omega, \text{ кДж.} \quad (30)$$

Ввиду неодинаковых коэффициентов сцепления внутренних и наружных колёс для оценки запаса сцепления использовали относительную (по отношению к предельно допустимому значению) величину буксования наиболее нагруженного колеса:

$$\varepsilon_{\delta 1} = \delta_1 / \delta_{max} \text{ и } \varepsilon_{\delta 2} = \delta_2 / \delta_{max}. \quad (31)$$

Для решения системы уравнений (1)... (26) и расчёта оценочных показателей (27)... (31) была разработана вычислительная программа. Результаты компьютерного моделирования на основе представленной математической модели будут изложены в последующих публикациях автора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Габай Е. В. К вопросу выбора самоблокирующегося межколёсного дифференциала (МКД) для колёсного АТС повышенной проходимости. — Журнал автомобильных инженеров. — 2013. — № 3 (80).
2. Перспективные мобильные энергетические средства для сельскохозяйственного производства / В. В. Кацыгин, Г. С. Горин, А. А. Зенькович и др. — Минск: Наука и техника, 1982.
3. Неймарк Ю. И., Фуфаев Н. А. Динамика негोलомных систем. — М.: Наука, 1967.
4. Литвинов А. С., Фаробин Я. Е. Автомобиль. Теория эксплуатационных свойств. — М.: Машиностроение, 1989.