УДК 625.748.54:519.85

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ ПЛАНИРОВОЧНОГО РЕШЕНИЯ АВТОЗАПРАВОЧНОЙ СТАНЦИИ

Р. Ю. Левин, асп. / В. А. Масленников, к. т. н., доц.
Ивановский государственный политехнический университет

Известно, что разработка различных вариантов планировочных решений проектируемых объектов, приемлемых с точки зрения действующих норм и правил, всегда рассматривалась лишь как начальный этап решения задачи, за которым с необходимостью, следовал другой — выбор его оптимального варианта [1,2]. При этом поиск методов и эффективных критериев оптимизации планировочных решений оказывается чрезвычайно важным не только для крупных, но и в неменьшей степени также для небольших по размерам объектов, но возводимых в большом количестве. К ним относятся, например, автозаправочные станции (АЗС).

Анализ научных исследований автозаправочных станций (АЗС) показал, что оптимизация компоновочных решений заправочной зоны является важным инструментом, обеспечивающим существенное повышение производительности труда и экономической эффективности функционирования объекта. Для оптимизации планировочного решения АЗС можно использовать метод теории массового обслуживания, при котором появляется возможность поиска оптимальных значений её основных параметров: схемы размещения топливораздаточных колонок (ТРК), оптимальной мощности, оптимального времени заправки и длины очереди [3].

Функционирование АЗС можно рассматривать как разомкнутую систему массового обслуживания (СМО) с ограничениями на длину очереди, время ожидания автомобилей в очереди, а также на общее количество автомобилей на АЗС. Общая схема заправки автомобилей на АЗС приведена на рис. 1.

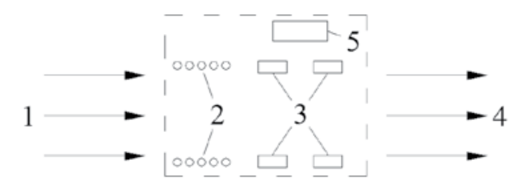

Рисунок 1. Схема модели заправки автомобилей на АЗС: 1 — входящий поток автомобилей (заявок); 2 — очередь на заправку; 3 — колонки; 4 — выходящий поток; 5 — здание операторской

Приведённая на рис. 1 схема с помощью математического аппарата марковских случайных процессов позволяет дать количественную оценку параметров функционирования АЗС в зависимости от характера расположения ТРК относительно здания операторской, то есть её планировочного решения. Для этого примем в качестве допущения, что поток заявок, поступающих на АЗС, является простейшим (однородным), то есть отличается свойствами стационарности, ординарности и отсутствия последствия. Поскольку поток заявок на заправку является случайным и имеющим свойства простейшего (пуассоновского), для получения показателей, характеризующих процесс функционирования АЗС, применяют математический аппарат марковских случайных процессов [4].

Пусть на АЗС имеется некоторое число однотипных групп ТРК, имеющих n заправочных позиций, и интенсивность потока поступающих на заправку автомобилей составляет λ. Обозначим максимальное число мест в очереди на заправку через m. В этом случае суммарное число автомобилей, находящихся на заправке и площадке ожидания, составит

$$n + m \le N, \tag{1}$$

где N — общее число автомобилей, при котором следующая заявка покидает систему необслуженной, ед.

Если в данный момент времени на АЗС находится $(n + r)$ автомобилей и при этом $n \ge r$, причём n заправляются, а r стоят в очереди на заправку, то $n + r < N$.

Примем также, что время ожидания $t_{ож}$ подчиняется показательному (экспоненциальному) закону распределения, имеющему вид [2, 4, 5]

$$P\,(t_{ож} < t) = 1 - e^{-vt}, \tag{2}$$

где e — основание натуральных логарифмов; ν — интенсивность обслуживания (заправки), мин$^{-1}$; t— время, мин.

При этом параметры λ и ν определяются из выражений

$$\lambda = 1/\overline{t}_з,\ \nu = 1/\overline{t}_0 \tag{3}$$

где $\overline{t}_з$ — средний промежуток времени между двумя смежными заездами автомобилей на АЗС, мин.; $\overline{t}_0$— среднее время заправки (пребывания) автомобиля на АЗС, мин. Указанные составляющие времени заправки автомобилей могут быть определены для различных схем размещения ТРК путём статистических (хронометражных) наблюдений.

Для описания данной СМО примем следующие обозначения:

- $S_0, S_1, S_2, S_3, \ldots, S_k, \ldots, S_{n+r}$ — состояния СМО;
- S_0 — в системе нет ни одной заявки (автомобиля), все ТРК свободны;
- S_k — на АЗС находится точно k заявок (автомобилей), которые заправляются, $k = \overline{1,n}$;
- S_{n+r} — на АЗС находится $(n + r)$ заявок (автомобилей), из которых n заправляются, а r находятся в очереди в режиме ожидания, $r = \overline{1,m}$.

Если принять, что в момент времени t система находится в состоянии S_k через $P_k(t)$, $k = 0, 1, 2, 3, \ldots, n$, $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, ..., $n + m$, все переходы системы можно описать следующей группой дифференциальных уравнений А. Н. Колмогорова [3]:

$$\begin{cases} P'_o(t) = -\lambda \cdot P_o(t) + \mu \cdot P_1(t); \\ P'_k(t) = \lambda \cdot P_{k-1}(t) - (\lambda + k \cdot \mu) \cdot P_k(t) + (k+1) \cdot \mu \cdot P_{k+1}(t); \\ 1 \le k \le n-1; \\ P'_k(t) = \lambda \cdot P_{k-1}(t) - \left[\lambda + n \cdot \mu + (k-n) \cdot v\right] \cdot P_k(t) + \\ +(k+1) \cdot \mu \cdot P_{k+1}(t) + \left[n \cdot \mu + (k-n+1) \cdot v\right] \cdot P_{k+1}(t); \\ n \le k \le n+m-1; \\ P'_{n+m}(t) = \lambda \cdot P_{n+m-1}(t) - (n \cdot \mu + m \cdot v) \cdot P_{n+m}(t). \end{cases} \tag{4}$$

После преобразования системы (4) с учётом начальных условий $P_0(0) = 1$ и $P_k(0) = 0, k = 1, m+n$ получили итоговые вероятности, характеризующие стационарные состояния СМО:

$$P_o = \frac{1}{\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{\alpha^k}{k!} + \sum\limits_{k=n+1}^{n+m} \frac{\alpha^k}{n! \cdot \prod\limits_{j=1}^{k-n} (n + \beta \cdot j)}};$$

$$P_k = \frac{\alpha^k}{k!} \cdot P_o; 1 \le k \le n; \tag{5}$$

$$P_k = \frac{\alpha^k}{n! \cdot \prod\limits_{j=1}^{k-n} (n + \beta \cdot j)}; n \le k \le n+m,$$

где $\alpha = \lambda/\mu$; $\beta = \nu/\mu$.

Значение вероятности P_k позволяет произвести вычисление основных характеристик функционирования АЗС как СМО:

- среднее число заправок (автомобилей), находящихся в системе:

$$N_o = \sum_{k=1}^{n+m} P_k \cdot k; \tag{6}$$

- средняя длина очереди на заправку:

$$m_o = \sum_{k=n+1}^{n+m} (k-n) \cdot P_k; \tag{7}$$

- среднее число простаивающих позиций колонок:

$$n_c = \sum_{k=0}^{n-1} (n-k) \cdot P_k; \tag{8}$$

- среднее число позиций ТРК, занятых обслуживанием:

$$n_з = n - n_c; \tag{9}$$

- вероятность отказа в обслуживании (в заправке):

$$P_{отк} = 1 - (n - n_c)/\alpha; \tag{10}$$

- среднее время пребывания заявки (автомобиля) в очереди в ожидании обслуживания:

$$t_0 = m_0/\lambda. \tag{11}$$

Рассмотренные характеристики позволяют оценивать состояние системы и оптимизировать её параметры. При этом в качестве математической модели для оптимизации параметров всей системы целесообразно принять выражение вида [5]

$$C = S_{па} \cdot \lambda \cdot \overline{t_{ож}} + S_k \cdot K_k + S_{эк} \cdot K_p, \tag{12}$$

где $S_{па}$ — стоимость одного часа простоя автомобиля, руб/ч; $\overline{t}_{ож}$ — среднее время ожидания автомобилем заправки при данной интенсивности заездов и данном времени обслуживания, ч.; S_k — стоимость простоя одной ТРК, руб/ч; K_k — количество простаивающих колонок при заданной интенсивности заездов и времени обслуживания, ед.; $S_{эк}$ — стоимость одного часа работы одной ТРК, руб/ч; K_p — число работающих ТРК при заданном соотношении интенсивности заездов и обслуживания, ед.

Для определения оптимального варианта топологии (планировки) ТРК относительно здания операторской необходимо провести расчёты значений C по формуле (12) для всех планировок. Вариант планировочного решения, обеспечивающий минимум целевой функции (12), будет эффективным как с точки зрения планировки, так и с точки зрения повышения пропускной способности, поскольку в этом случае общее время пребывания автомобилей на АЗС и время их заправки окажутся минимальными.

Для решения системы уравнений (1–5) и расчёта оценочных показателей (6–12) будет разработана вычислительная программа. Результаты компьютерного моделирования на основе представленной математической модели будут изложены в последующих публикациях авторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Кесельман Г. С., Махмудбеков Э. А. Защита окружающей среды при добыче, транспорте и хранении нефти и газа. — М.: Недра, 1981. — 256 с.
2. Падня В. А. Применение теории массового обслуживания на транспорте (железнодорожном, автомобильном, водном и воздушном). — М.: Транспорт, 1968. — 208 с.
3. Бережная Е. В., Бережной В. И. Математические методы моделирования экономических систем: учеб. пособие. — Москва, 2002. — 386 с.
4. Напольский Г. М. Технологическое проектирование АТП и СТО: учеб. для вузов. — М.: Транспорт, 1993. — 271 с.
5. Масуев М. А. Проектирование предприятий автомобильного транспорта: учеб. пособие для студентов вузов. — М.: ИД «Академия», 2007. — 224 с.